

LÊ BÁ BẢO

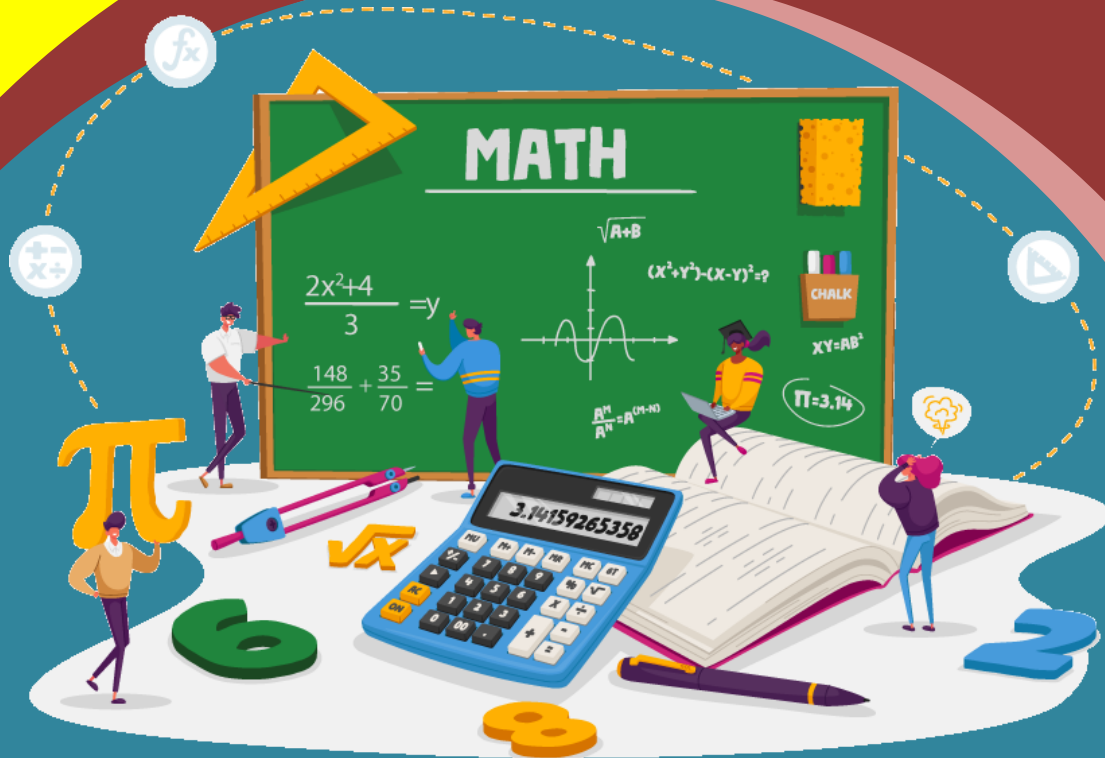
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

KHẢO SÁT HÀM SỐ

**ĐƯỜNG TIỆM CẬN
CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

- ✂ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✂ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



Chủ đề 3: ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

I. LÝ THUYẾT

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$).

1. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất một** trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ (1)	$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ (2)
$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ (3)	$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ (4)

Nhận xét: Đối với hàm phân thức $y = \frac{u(x)}{v(x)}$ thì tiệm cận đứng $x = x_0$ thì x_0 **thường** là nghiệm của phương trình $v(x) = 0$.

2. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **ít nhất một** trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ (5)	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$ (6)
---	---

3. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$, $a \neq 0$, được gọi là **đường tiệm cận xiên** (gọi tắt là **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$	Hoặc: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$
--	--

Chú ý: Để xác định các hệ số a , b trong phương trình của tiệm cận xiên, ta có thể áp dụng các công thức sau:

$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x};$	$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$
$a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x};$	$b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$

Hoặc:

Nhận xét: Thông thường khi xác định các đường tiệm cận của hàm số, ta nên tính tất cả các giới hạn ở trên.

MỘT SỐ KẾT QUẢ CẦN LƯU Ý

Kết quả 1: Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0, c \neq 0$) có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$; tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$ thì $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Kết quả 2: Hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$.

Thực hiện phép chia đa thức để biến đổi hàm số về dạng: $y = Ax + B + \frac{C}{dx + e}$ ($A, C \neq 0$)

+) Tiệm cận đứng: $x = -\frac{e}{d}$ (nghiệm của mẫu)

+) Tiệm cận xiên: $y = Ax + B$

Công thức nhanh tìm tiệm cận xiên: $y = \frac{a}{d}x + \left(\frac{bd - ae}{d^2} \right)$

Kết quả 3: Không tồn tại tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(H): y = \frac{ax+b}{cx+d}$ qua tâm đối xứng của (H) .

Kết quả 4: Đồ thị hàm số $(H): y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng Δ_1 ; tiệm cận ngang Δ_2 thì với điểm M bất kì thuộc (H) ta có:

$$+) \quad T = d(M; \Delta_1) \cdot d(M; \Delta_2) = \frac{|ad - bc|}{c^2} \quad +) \quad T = d(M; \Delta_1) + d(M; \Delta_2) \geq 2\sqrt{\frac{|ad - bc|}{c^2}}$$

II. BÀI TẬP MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số nhận $y = 1$ và $y = -1$ là tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số nhận $x = 1$ và $x = -1$ là tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 2: Nếu hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2019$ thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

- A. $y = 2019$.
- B. $x = 2019$.
- C. $y = -2019$.
- D. $x = -2019$.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2019$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2019$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y	1	$-\infty$	5

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3.
- B. 0.
- C. 1.
- D. 2.

Lời giải:

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 5$, $y = 1$ và một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2		$+\infty$		2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x = 1$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình $x = 1$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-		+ 0 -		-
y	$+\infty$	1	4	$-\infty$	2

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

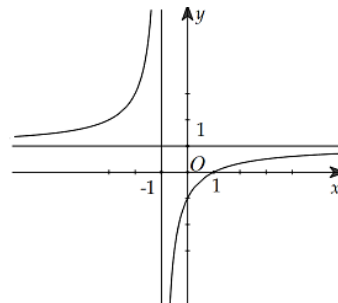
$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

($\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow$ khi $x \rightarrow -\infty$ đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang)

Câu 7: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{3-x}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-1}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số nhận $x = -1$ là TCD, $y = 1$ là TCN. Kiểm tra, hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

Câu 8: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2		$+\infty$
	$\nearrow$		$\searrow$
	$-\infty$		2

A. $y = \frac{2x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào BBT, đồ thị hàm số nhận $x=1$ là TCD, $y=2$ là TCN. Mặt khác, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1); (1;+\infty)$. Kiểm tra, hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ thỏa mãn các sự kiện trên.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(-\infty;2)$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	1	2
y'	+		-
y	5	3	0
	$\nearrow$		$\searrow$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=2$.

C. Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận là $y=5$ và $x=2$.

D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận ngang $y=5$.

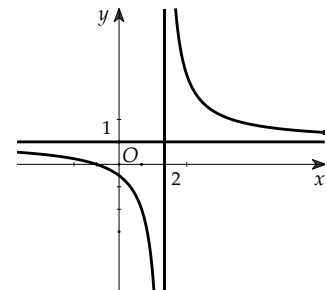
Câu 10: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 2$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

D. $y' > 0, \forall x \neq 2$.



Lời giải:

Do hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên chọn đáp án B.

Câu 11: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 12: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

- A. $y = -1$. B. $x = -1$. C. $y = \frac{1}{4}$. D. $x = \frac{1}{4}$.

Lời giải:

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{4}$ suy ra tiệm cận ngang $y = \frac{1}{4}$.

Câu 14: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ là

- A. $y = 0$. B. $y = x$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 1$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = 0 \end{cases} \longrightarrow y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 15: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+2}{x}$ là

- A. $y = 0$. B. $y = x$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 1$.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \frac{x^2+2}{x} = x + \frac{2}{x}$.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0 \end{cases} \longrightarrow y = x$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x = -2, y = -3$. B. $x = -2, y = 3$. C. $x = -2, y = 1$. D. $x = 2, y = 1$.

Lời giải:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+1}{x+2} = -3$. Do đó đường thẳng $y = -3$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-3x+1}{x+2} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

Câu 17: Hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ có diện tích bằng

- A. 1. B. 3. C. 6. D. 2.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là: $x = -1; y = 2$.

Hai trục tọa độ có phương trình là: $x = 0; y = 0$.

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ và hai trục tọa độ là diện tích hình chữ nhật giới hạn bởi 4 đường $x = -1; y = 2; x = 0; y = 0$. Vậy $S = 2.1 = 2$.

- Câu 18:** Gọi A, B lần lượt là giao điểm của tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ với trục Ox, Oy . Diện tích tam giác OAB bằng
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải:

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x + 1}$

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = 0 \end{cases} \longrightarrow y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Lúc đó: $A(-1; 0), B(0; 1) \longrightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} |x_A| \cdot |y_B| = \frac{1}{2}$.

- Câu 19:** Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$. C. $y = x^2$. D. $y = \frac{\sin x}{x - 1}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = x^2$ không có tiệm cận đứng.

- Câu 20:** Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$. C. $y = \frac{x^2}{x + 3}$. D. $y = \frac{\sqrt{x}}{x - 1}$.

Lời giải:

Xét hàm số: $y = \frac{x^2}{x + 3}$. Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x + 3}$ không có tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

- Câu 21:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận xiên?

A. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. B. $y = x$. C. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

Lời giải:

Xét hàm số: $y = \frac{x^2 + 1}{x} = x + \frac{1}{x}$.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 0 \end{cases} \longrightarrow y = x$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

- Câu 22:** Đồ thị hàm số nào sau đây có nhiều đường tiệm cận nhất?

A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = \frac{x + 5}{x - 1}$. C. $y = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$. D. $y = \frac{x + 1}{x^2 - 4}$.

Lời giải:

Đồ thị các hàm số $y = \frac{1}{x}$; $y = \frac{x+5}{x-1}$; $y = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$, ($x \neq 1$) có 1 đường tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.

Xét hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-4}$. Ta có:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị nhận } x = 2; x = -2 \text{ làm tiệm cận đứng và } y = 0 \text{ làm tiệm cận ngang.}$$

Câu 23: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tọa độ là

- A. (1;-2). B. (1;2). C. (-1;2). D. (2;1).

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$ nên $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(1;2)$.

Câu 24: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải:

$\lim_{x \rightarrow 4^-} y = \frac{5}{8}$; $\lim_{x \rightarrow 4^+} y = \frac{5}{8}$. Suy ra $x = 4$ không phải là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -4^-} y = -\infty$. Suy ra $x = -4$ là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$.

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang. Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 25: Tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}}{1 - \frac{2}{x}} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3}}{1 - \frac{2}{x}} = 0$$

Đường tiệm cận ngang là $y = 0$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{x^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)}{x^2} = \frac{1}{4}$$

Nên $x = 2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)(x-1)}{x^2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)}{x^2} = -\infty$$

Nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x = 0$.

Vậy tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 2x^2}$ là 2 tiệm cận.

Câu 26: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1} = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$ không tồn tại.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$ không tồn tại, nên $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 27: Số đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2024}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

+) Xét khi $x \rightarrow +\infty$:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2024}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 + \frac{2024}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{2024}{x^2}} = 1$

và $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2024} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2024}{\sqrt{x^2 + 2024} + x} = 0.$

Vậy $y = x$ là một tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

+) Xét khi $x \rightarrow -\infty$:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2024}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 + \frac{2024}{x^2}}}{x} = -\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 + \frac{2024}{x^2}} = -1$

và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2024} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2024}{\sqrt{x^2 + 2024} - x} = 0.$

Vậy $y = -x$ là một tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 28: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 2 .

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 - 5x + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x > 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$

Ta xét:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = 0$. Từ đó suy ra tiệm cận ngang là $y = 0$.

$$\text{Xét } x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6}$ không tồn tại. Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 5x + 6} = -\infty$. Từ đó suy ra đường tiệm cận đứng là $x = 3$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $x = 2$ và $x = 3$, tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 29: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$.

A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$ và $x = 2$. D. $x = 3$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x - 1)^2 - (x^2 + x + 3)}{(x^2 - 5x + 6)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2x - 1)^2 - (x^2 + x + 3)}{(x^2 - 5x + 6)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(3x + 1)}{(x - 3)(2x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 3})} = -\frac{7}{6} \end{aligned}$$

Tương tự $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = -\frac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x = 2$ **không** là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6} = -\infty.$$

Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 30: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{|x| - 1}$ là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ nên $y = 1$; $y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$$\text{Hoặc có thể đánh giá: } y = \frac{x - 1}{|x| - 1} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2} - 1} = \frac{(x - 1)(\sqrt{x^2} + 1)}{x^2 - 1} = \frac{\sqrt{x^2} + 1}{x + 1}, x \neq 1.$$

Câu 31: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 2|x| - 3}$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải:

Ta có $y = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 2|x| - 3} = \frac{x^2 + 3}{(|x| + 1)(|x| - 3)}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3}{x^2 - 2|x| - 3} = 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} y$ nên đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 + 3}{(|x| + 1)(|x| - 3)} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x^2 + 3}{(|x| + 1)(|x| - 3)} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 3, x = -3$

là tiệm cận đứng.

Câu 32: Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 2}$. Tích khoảng cách từ điểm M đến

hai tiệm cận của hàm số đã cho bằng

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có: $y = x + 5 + \frac{9}{x - 2}$.

Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$ nên $x = 2 \Leftrightarrow d : x - 2 = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

và $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 5)] = 0$ nên $y = x + 5 \Leftrightarrow d' : x - y + 5 = 0$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = x_0 + 5 + \frac{9}{x_0 - 2}$

* Khoảng cách từ M đến d bằng: $h_1 = |x_0 - 2|$

* Khoảng cách từ M đến d' bằng

$$h_2 = \frac{|x_0 - y_0 + 5|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| x_0 - \left(x_0 + 5 + \frac{9}{x_0 - 2} \right) + 5 \right| = \frac{9}{\sqrt{2}|x_0 - 2|}$$

Lúc đó: $h_1 \cdot h_2 = |x_0 - 2| \cdot \frac{9}{\sqrt{2}|x_0 - 2|} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \quad (\forall x_0 \in D)$.

Câu 33: Cho M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2}{x - 2}$, sao cho tổng khoảng cách

từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là nhỏ nhất. Tọa độ điểm M là

- A. $(4; 3)$. B. $(0; -1)$. C. $(1; -3)$. D. $(3; 5)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Vì M là điểm có hoành độ dương thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2}{x - 2}$ nên $M\left(a; \frac{a + 2}{a - 2}\right)$ (với $a > 0$).

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là: $\Delta_1 : x = 2$ và $\Delta_2 : y = 1$

Suy ra : $d_1 = d_{(M; \Delta_1)} = |a-2|$ và $d_2 = d_{(M; \Delta_2)} = \left| \frac{a+2}{a-2} - 1 \right| = \left| \frac{4}{a-2} \right| = \frac{4}{|a-2|}$.

Vậy tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là:

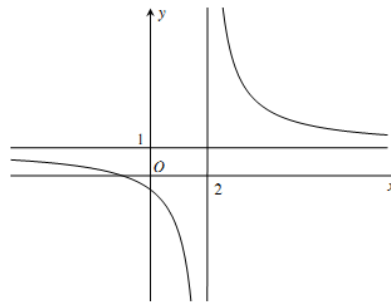
$$d = d_1 + d_2 = |a-2| + \frac{4}{|a-2|} \geq 2\sqrt{|a-2| \cdot \frac{4}{|a-2|}} = 4.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $|a-2| + \frac{4}{|a-2|} \geq 2\sqrt{|a-2| \cdot \frac{4}{|a-2|}} = 4$.

Dấu bằng xảy ra khi : $|a-2| = \frac{4}{|a-2|} \Leftrightarrow (a-2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a-2=2 \\ a-2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ a=0 \end{cases}$.

Mà $a > 0 \Rightarrow a = 4$. Vậy $M(4;3)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$, ($a; b \in \mathbb{R}$), có đồ thị như hình vẽ sau:



Tính $T = a + b$.

A. $T = 2$.

B. $T = 0$.

C. $T = -1$.

D. $T = 3$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = \frac{2}{b} = 2 \Rightarrow b = 1$. Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b = 1$.

Vậy $T = a + b = 2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

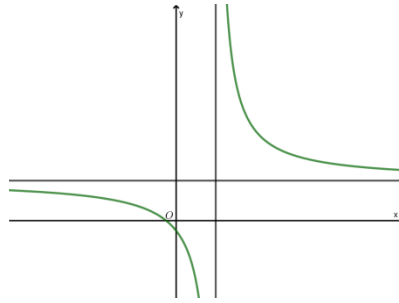
Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = 2 > 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow bc < 0$.

Tiệm cận ngang: $y = 1 > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow ab > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x > 2 > 0 \Rightarrow -\frac{1}{c} > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow c > 0$.

Câu 36: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $ab > 0, ad < 0$.

B. $ab < 0, ad > 0$.

C. $bd > 0, ad < 0$.

D. $ab > 0, ad > 0$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0$ (1)

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$ (2)

Khi $x=0$ thì $y = \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow bd < 0$ (3)

Từ (1) và (2) suy ra: $ad < 0$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra: $ab > 0$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Điều kiện: $f(x) \neq 0$

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là số nghiệm phương trình $f(x) = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 0$ tức trục hoành. Nhìn bảng biến thiên ta có số giao điểm bằng 3 nên có 3 tiệm cận đứng.

Câu 38: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-1} = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)-1} = 0$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = -1$; $y = 0$.

Xét phương trình: $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 1$. Dựa vào BBT, phương trình $f(x) = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow x_1} y = \infty$; $\lim_{x \rightarrow x_2} y = \infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng là $x = x_1, x = x_2$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Câu 39: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+m}$ có ba đường tiệm cận là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; 0) \setminus \{-1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2 + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1+m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \setminus \{-1\}.$$

Câu 41: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\emptyset$. C. $\{1\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận $\Leftrightarrow m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. (*)

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1 \Rightarrow -1 + m = 0 \Leftrightarrow m = 1$ không thỏa mãn (*).

Câu 42: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

- A. 0. B. -3. C. 3. D. 6.

Lời giải:

Theo công thức tìm nhanh tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta có

Đồ thị hàm số nhận $x = -\frac{d}{c} = -m-3 = 0$ làm TCD $\Rightarrow m = -3$

Đồ thị hàm số nhận $y = \frac{a}{c} = n - 3 = 0$ làm TCN $\Rightarrow n = 3$. Vậy $m + n = 0$.

Câu 43: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + x + 1}{x + 1}$ có tiệm cận xiên là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = m \rightarrow$ Để đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.

Câu 44: Với giá trị nào của tham số m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - m}{x + m}$ đi qua điểm $A(3;1)$?

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Lời giải:

Ta có: $y = 2x - 2m - 3 + \frac{2m^2 + 2m}{x + m}$.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 2m - 3)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x - 2m - 3)] = 0 \end{cases} \xrightarrow{m \neq 0; m \neq -1} d: y = 2x - 2m - 3$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Theo giả thiết: $A(3;1) \in d \Leftrightarrow 1 = 6 - 2m - 3 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ ($m \neq -1$) có đồ thị là (C). Tìm m để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải:

Để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ làm tâm đối xứng thì đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = 2 \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 46: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số

$y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 2007. B. 2010. C. 2009. D. 2008.

Lời giải:

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$.

+) TXĐ: $D = [3; +\infty)$

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{m}{x^2}} = 0$. Do đó ĐTHS có 1 tiệm cận ngang $y = 0$.

+) Để ĐTHS có 2 đường tiệm cận thì phải có thêm 1 tiệm cận đứng. Vậy yêu cầu bài toán trở thành: Tìm điều kiện để phương trình $x^2 + x - m = 0$ phải có 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3.

Trường hợp 1: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ phải có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 3 < x_2$.
 $\Leftrightarrow a.f(3) < 0 \Leftrightarrow 12 - m < 0 \Leftrightarrow m > 12$.

Trường hợp 2: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ có nghiệm $x = 3$ thì $m = 12$.

Với $m = 12$ phương trình trở thành: $x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 \end{cases} \text{ (tmđk)}$

Trường hợp 3: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ có nghiệm kép $x > 3$.

Khi $m = \frac{-1}{4}$ thì phương trình có nghiệm $x = \frac{-1}{2}$. (không thỏa mãn)

Theo đề bài $m \in [-2019; 2019]$, m nguyên do đó $m \in [12; 2019]$.

Vậy có $(2019 - 12) + 1 = 2008$ giá trị của m .

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị tham số k để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + kx - 1}{x - 1}$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8?

A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $y = \frac{x^2 + kx - 1}{x - 1} = x + k + 1 + \frac{k}{x - 1}$

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + k + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{k}{x - 1} = 0$ ($\forall k \neq 0$) nên $d: y = x + k + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Gọi A, B theo thứ tự là giao điểm của d và các trục Ox, Oy . Khi đó $A(-k - 1; 0)$, $B(0; k + 1)$.

Ta có: $S_{AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |-k - 1| \cdot |k + 1| = \frac{1}{2} (k + 1)^2$

Theo giả thiết: $S_{AOB} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} (k + 1)^2 = 8 \Leftrightarrow (k + 1)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = -5 \end{cases}$.

Vậy các giá trị k cần tìm là $k = 3; k = -5$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang phân biệt.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x = 2$.
 D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$	$+\infty$	1	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	-		
$f(x)$	$3 \nearrow +\infty$	$-5 \nearrow 2$	$2 \searrow -\infty$		

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 51: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	$3 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -2$	$-2 \nearrow 5$	

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

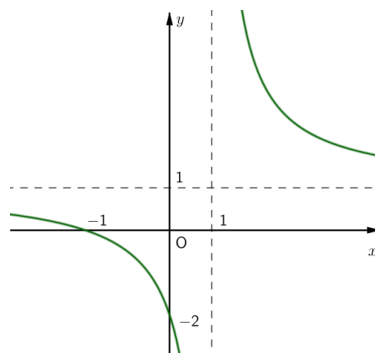
Câu 52: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+	+	
y	$1 \nearrow 2$	$-3 \nearrow 1$	

Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 53: Đồ thị như hình vẽ là của một trong bốn hàm số được cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{3-x}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-1}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Câu 54: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	$2 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 2$

- A. $y = \frac{2x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{1-2x}{x-1}$. C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Câu 55: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 56: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-2}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $y = 2$.

Câu 57: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{2}{x+1}$. B. $y = \frac{-2x+3}{x-2}$. C. $y = \frac{2x-2}{x+2}$. D. $y = \frac{1+x}{1-2x}$.

Câu 58: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

- A. $x = -2, y = -3$. B. $x = -2, y = 3$. C. $x = -2, y = 1$. D. $x = 2, y = 1$.

Câu 59: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ là

- A. $y = 0$. B. $y = x$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 1$.

Câu 60: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 2x + 1}{x + 1}$ là

- A. $y = 2x$. B. $y = x$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 1$.

Câu 61: Hình phẳng được giới hạn bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ và hai trục tọa độ có diện tích bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 62: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. B. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. C. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{x}{x + 1}$.

Câu 63: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận xiên?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2+2}{x^2+1}$. C. $y = \frac{x^4+1}{x^2+1}$. D. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

Câu 64: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có nhiều tiệm cận nhất?

- A. $y = \frac{2x^2+x+1}{x^2-1}$. B. $y = \frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y = \frac{1}{3\sin^2 x + \cos^2 x}$. D. $y = x^2 + x + 1$.

- Câu 65:** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tọa độ là
 A. $(1;-2)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;2)$. D. $(2;1)$.
- Câu 66:** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$.
 A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 67:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$ là
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 68:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ là
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 69:** Số đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2+2x+2}$ là
 A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.
- Câu 70:** Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?
 A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 71:** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.
 A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 72:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+|x|}$ là
 A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 73:** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C). Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C).
 A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. 3. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 74:** Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2+4x+3}{x-2}$. Tích khoảng cách từ điểm M đến hai tiệm cận của hàm số đã cho bằng
 A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 75:** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+3}{bx+c}$, ($b \in \mathbb{Z}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	-2	$+\infty$	-2

Tính tổng $S = a + b + c$.

A. -2.

B. 2.

C. 0.

D. -1.

Câu 76: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}; (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	-2	$+\infty$	-2

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $ac > 0, ab > 0$.

B. $ad < 0; bc > 0$.

C. $cd < 0; bd > 0$.

D. $ab > 0; cd > 0$.

Câu 77: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-b}{cx+b+1} (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Biết tập hợp tất cả các giá trị b thỏa mãn là khoảng $(m; n)$. Tính tổng $S = m + 2n$.

A. $S = \frac{5}{2}$.

B. $S = -\frac{3}{2}$.

C. $S = -1$.

D. $S = -2$.

Câu 78: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	-		+
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 79: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		-	+	-
y	-2	$+\infty$	$+\infty$	4	0

$-\infty \quad -\infty$

Gọi m và n lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x)-2}$, tính $S = m + n$.

A. $S = 3$.

B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Câu 80: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2mx+m}$ có ba đường tiệm cận là

A. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

C. $(-\infty; 0) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 81: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

A. $m = -1$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Câu 82: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\{0\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 83: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x^3-m}$ có tiệm cận đứng là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\{0\}$.

C. $\emptyset$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 84: Với giá trị nào của tham số k thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + (k+1)x - 3}{x-k}$ đi qua điểm $A(2; 7)$?

A. $k = -1$.

B. $k = 0$.

C. $k = 2$.

D. $k = 1$.

Câu 85: Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 86: Tìm a, b để đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ nhận $x = 1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

A. $a = -1; b = 2$.

B. $a = 4; b = 4$.

C. $a = 1; b = 2$.

D. $a = -1; b = -2$.

Câu 87: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

HẾT

Huế, 16h00' Ngày 03 tháng 7 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

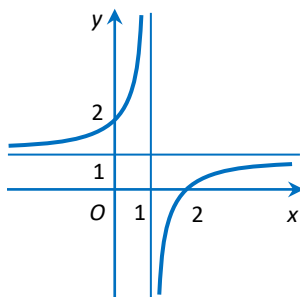
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm ngang là $x = 1; x = 2$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một đường tiệm ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm ngang là $y = 1; y = 2$.
 D. Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm ngang.
- Câu 2.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ là
- A. $y = 0$. B. $y = x$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 1$.
- Câu 3.** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là
- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.
- Câu 4.** Gọi A, B lần lượt là giao điểm của tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ với trục Ox, Oy . Diện tích tam giác OAB bằng
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 5.** Cho hàm số $y = 2^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Từ trái qua phải, đồ thị hàm số là đường cong đi lên.
 B. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$.
 C. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.
 D. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.
- Câu 6.** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-2}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x+1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-1}$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y = -1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x-2}{1-x}$. B. $y = \frac{x+1}{2+x}$. C. $y = x^4 - x^2 + 2$. D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	+	-	+
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m > -2$. B. $m = -2$. C. $m < -2$. D. $m \neq -2$.

Câu 10. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ là

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 12. Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{mx+3}{2x-2025}$ đi qua điểm $M(1;2)$?

A. $m = -2$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = -4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$x = 1$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
b)	$x = 2$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
c)	$y = 1$ là 1 tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.		
d)	$y = 2$ là 1 tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.		

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số không có cực trị.		

b)	Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.		
c)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $x = 2$.		
d)	Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(1;2)$.		

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.		
b)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.		
c)	Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x - 1$.		
d)	Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.		

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 4x + m}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.		
b)	Khi $m = 0$ thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.		
c)	Khi $m = 3$ thì đồ thị hàm số có ba tiệm cận.		
d)	Có duy nhất 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có đúng 3 đường tiệm cận.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1}$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2025; 2025]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung?

Kết quả:

Trình bày:

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

Kết quả:

Trình bày:

Câu 5: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2025; 2025]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Kết quả:

Trình bày:

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Tính $a+2b$.

Kết quả:

Trình bày:

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm ngang là $x = 1; x = 2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một đường tiệm ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm ngang là $y = 1; y = 2$.**
- D. Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm ngang.

Câu 2. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = x + 1 + \frac{1}{x}$ là

- A. $y = 0$.
- B. $y = x$.
- C. $y = x + 1$.**
- D. $y = x - 1$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = 0 \end{cases} \longrightarrow y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

- A. $y = 1$.
- B. $x = 1$.**
- C. $x = 2$.
- D. $y = 2$.

Câu 4. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ với trục Ox, Oy . Diện tích tam giác OAB bằng

- A. $\frac{2}{3}$.
- B. $\frac{1}{2}$.**
- C. 1.
- D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải:

Ta có: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x + 1}$

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = 0 \end{cases} \longrightarrow y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Lúc đó: $A(-1; 0), B(0; 1) \longrightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} |x_A| \cdot |y_B| = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = 2^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Từ trái qua phải, đồ thị hàm số là đường cong đi lên.**
- B. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$.

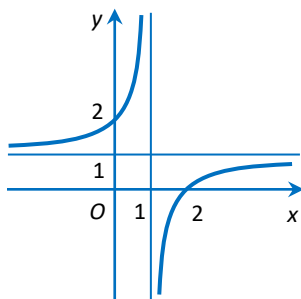
C. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Lời giải:

Hàm số $y = 2^x$ có cơ số $2 > 1$ nên đồ thị hàm số là đường cong đi lên từ trái sang phải.

Câu 6. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải:

Đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$ nên loại đáp án B và D.

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=2$ nên loại đáp án C.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y = -1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x-2}{1-x}$.

B. $y = \frac{x+1}{2+x}$.

C. $y = x^4 - x^2 + 2$.

D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	+	-	+
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

A. $m > -2$.

B. $m = -2$.

C. $m < -2$.

D. $m \neq -2$.

Lời giải:

Để $x = m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{u(x)}{v(x)} = \frac{2x+4}{x-m}$ thì $\begin{cases} v(m) = 0 \\ u(m) \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-m=0 \\ 2m+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0=0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m \neq -2$$

Câu 10. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+2}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y = \frac{x-1}{x^2-3x+2} = \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x-2}, \forall x \neq 1.$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$	1		$+\infty$		1
			$-\infty$		

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải:

$$\text{Dựa vào BBT: } \begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \end{cases} \quad (1)$$

Mặt khác, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $ac - b > 0$ (2)

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được: } -2b^2 - b > 0 \Leftrightarrow b \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \Rightarrow b < 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Cách giải khác:

$$\text{Tiệm cận đứng: } x = 2 > 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow bc < 0.$$

$$\text{Tiệm cận ngang: } y = 1 > 0 \Rightarrow \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow ab > 0.$$

$$\text{Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm } x > 2 > 0 \Rightarrow -\frac{1}{a} > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow c > 0.$$

Câu 12. Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{mx+3}{2x-2025}$ đi qua điểm $M(1;2)$?

A. $m = -2$.

B. $m = 4$.

C. $m = 2$.

D. $m = -4$.

Lời giải:

$$\text{Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là } y = \frac{m}{2}.$$

$$\text{Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm } M(1;2) \text{ nên ta có } \frac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 4.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	$x = 1$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
b)	$x = 2$ là 1 tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
c)	$y = 1$ là 1 tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.		
d)	$y = 2$ là 1 tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số không có cực trị.		
b)	Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.		
c)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $x = 2$.		
d)	Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(1;2)$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

b) c) d) Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \end{cases} \rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \end{cases} \rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.		
b)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.		
c)	Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x - 1$.		
d)	Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

b) Do $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

c) Ta có: $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} = x - 1 + \frac{2}{x - 1}$.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0 \end{cases}$ nên $\Delta: y = x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

d) Gọi $\begin{cases} \Delta \cap Ox = A(1;0) \\ \Delta \cap Oy = B(0;-1) \end{cases}$. Lúc đó: $S_{OAB} = \frac{1}{2} |1| |-1| = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 4x + m}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.		
b)	Khi $m = 0$ thì đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng.		
c)	Khi $m = 3$ thì đồ thị hàm số có ba tiệm cận.		
d)	Có duy nhất 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị		

	hàm số có đúng 3 đường tiệm cận.		
--	----------------------------------	--	--

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ không tồn tại nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.

b) Với $m = 0: y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4x} \rightarrow$ Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng $x = 4$.

Do $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x); \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ không tồn tại và $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = +\infty$.

c) Với $m = 3: y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4x+3} \rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x = 1; x = 3$.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$.

d) Với mọi m , đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y = 0$.

Hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2 - 4x + m = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt $x \geq 1$.

Ta có: $x^2 - 4x + m = 0 \Leftrightarrow m = -x^2 + 4x = u(x), x \geq 1$.

BBT:

x	1	2	$+\infty$
u'		+	0 -
u	3	4	$-\infty$

Dựa vào BBT, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \in [3; 4) \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có kích thước lần lượt là 1 và 2.

Vậy diện tích hình chữ nhật là $S = 2$.

Câu 2: Tìm số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$.

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = [-3; +\infty) \setminus \{\pm 1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+3-4x^2}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(-4x-3)(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(-4x-3)}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} = \frac{-7}{8} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = \frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(-4x-3)}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2x)} = -\infty$$

Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2025; 2025]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên trái trục tung?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận $\Leftrightarrow -2m - 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = m$ nằm bên trái trục tung $\Leftrightarrow m < 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} m \in [-2025; 2025] \\ m \in \mathbb{Z} \\ m < 0, m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2025; -2020; \dots; -3; -1\}.$$

Vậy có 2024 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

Kết quả:

7

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2-2mx-m-2} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2 - 2mx - m - 2 = 0$ (1) có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 4m + 8 = 0 \\ 4m^2 + 4m + 8 > 0 \\ 2^2 - 2m \cdot 2 - m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} vn \\ m = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{2}{5}.$$

Vậy $a = 2, b = 5 \Rightarrow a + b = 7$.

Câu 5: Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2025; 2025]$ của tham số m để đồ thị hàm số

$y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Kết quả:

2014

Trình bày:

.....

Lời giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 + x - m \neq 0 \end{cases}$

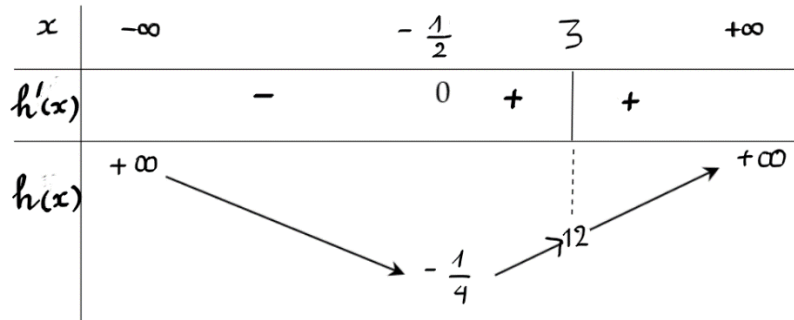
Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang

Suy ra, đồ thị hàm số đã cho có đúng 2 tiệm cận $\Leftrightarrow x^2 + x - m = 0$ (1) có đúng 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3. (2)

Xét (1) $\Leftrightarrow x^2 + x = m$

$$h(x) = x^2 + x; h'(x) = 2x + 1; h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên:



Từ BBT, suy ra $(2) \Leftrightarrow m \geq 12$

Mà $m \in \mathbb{Z}; m \in [-2025; 2025]$ nên $m \in \{12; \dots; 2025\}$

Vậy số giá trị nguyên thoả ycbt là: $2025 - 12 + 1 = 2014$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Tính $a+2b$.

Kết quả:

8

Trình bày:

.....

Lời giải:

Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang $y = 2$ và đường tiệm cận đứng $x = 1$.

Khi đó:

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận ngang là: $|b-2| = \left| \frac{2a-1}{a-1} - 2 \right| = \frac{1}{|a-1|}$ (do M thuộc (C));

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận đứng là: $|a-1|$.

Ta có $|a-1| + \frac{1}{|a-1|} \geq 2 \sqrt{|a-1| \cdot \frac{1}{|a-1|}} = 2$.

Vậy tổng khoảng cách nhỏ nhất là 2 khi chỉ khi

$$|a-1| = \frac{1}{|a-1|} \Leftrightarrow (a-1)^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 - 2a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

Suy ra $b = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 - 1} = 3 \Rightarrow a + 2b = 8$.

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Định hướng cấu trúc 2025

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một đường tiệm cận ngang là $x = 2$.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 2. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.
- B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
- C. $y = \frac{1}{x+1}$.
- D. $y = \frac{1}{x-1}$.

Câu 3. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

- A. $x = -1$.
- B. $x = 2$.
- C. $y = -1$.
- D. $y = 2$.

Câu 4. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ là

- A. $y = 0$.
- B. $y = x$.
- C. $y = x + 1$.
- D. $y = x - 1$.

Câu 5. Giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2m-1}{x+m}$ đi qua điểm $M(3;1)$ là

- A. $m = -3$.
- B. $m = -1$.
- C. $m = 2$.
- D. $m = 3$.

Câu 6. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có tọa độ là

- A. $(-1;3)$.
- B. $(-1;1)$.
- C. $(3;1)$.
- D. $(1;3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \log_6 x$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
- B. Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(1;0)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$.
- D. Đồ thị hàm số nhận trục Ox làm tiệm cận ngang.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận xiên?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2+3x+1}{x+4}$.

C. $y = \frac{x^2+1}{x+2}$.

D. $y = \frac{x^2+1}{x}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	
y			$+\infty$	0

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 10. Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

B. $y = \frac{x+4}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x-2}$.

D. $y = \frac{2x-7}{x-2}$.

Câu 11. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x}{|x|-1}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-5}{x+b}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Biểu thức $a^2 + b^2$ có giá trị bằng

A. 8.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có 1 tiệm cận.		
b)	Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có 2 tiệm cận.		
c)	Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ có 2 tiệm cận.		
d)	Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x}$ có 2 tiệm cận.		

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+b}$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	-1	$+\infty$	-1

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.		
b)	$\max_{x \in [4; 10]} y = f(10)$		
c)	Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.		
d)	$a + b = -3$.		

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-m}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Với mọi m , đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang,		
b)	$m = 1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.		
c)	$m \neq 1$ thì đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.		
d)	Để khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 4 thì $m = 4$.		

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x+m}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.		
b)	Khi $m = 0$ thì đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.		
c)	Khi $m = -3$ thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.		
d)	Có 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận đứng.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(1; -1)$ cắt đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) lần lượt tại M và N . Tính độ dài đoạn MN .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-x-2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{2x-3}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận ngang bằng 10 lần khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng của (C) ?

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{6x-4}{3x+1}$ có đồ thị (C) và I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) . Gọi M là giao điểm của (C) và trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A và B . Tính diện tích tam giác IAB .

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5: Một bể chứa 5 000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Gọi $f(t)$ là hàm số biểu diễn nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít). Biết tiệm cận ngang của hàm số $f(t)$ là đường thẳng $y = m$. Tìm m .

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2020; 2020]$ để đồ thị hàm số $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1000x + x}}{\sqrt{2f(x) - f^2(x)} + m}$ có tiệm cận ngang nằm dưới đường thẳng $y = -1$.

Kết quả:

Trình bày:

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****ĐƯỜNG TIỆM CẬN****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một đường tiệm cận ngang là $x = 2$.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 2. Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{1}{x+1}$. D. $y = \frac{1}{x-1}$.

Câu 3. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $y = -1$. D. $y = 2$.

Câu 4. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ là

- A. $y = 0$. B. $y = x$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 1$.

Lời giải:

Ta có: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = x - 1 + \frac{1}{x - 1}$.

Ta có: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0 \end{cases} \longrightarrow y = x - 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5. Giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 2m - 1}{x + m}$ đi qua điểm $M(3; 1)$ là

- A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(3; 1)$ nên đồ thị hàm có tiệm cận đứng là $x = 3$.

Suy ra $x + m = 0$ có nghiệm là 3 do vậy $3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$.

Thử lại, với $m = -3 \Rightarrow y = \frac{2x - 7}{x - 3}$ có $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x - 7}{x - 3} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x - 7}{x - 3} = +\infty$.

Vậy $m = -3$.

Câu 6. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có tọa độ là

A. $(-1;3)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(3;1)$.

D. $(1;3)$.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+1}{x-1} = -\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị. Do đó $I(1;3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \log_6 x$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(1;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số nhận trục Ox làm tiệm cận ngang.

Lời giải:

Hàm số $y = \log_6 x$.

TXĐ: $D = (0;+\infty)$.

$y' = \frac{1}{x \ln 6} > 0, \forall x \in (0;+\infty)$. Loại đáp án A.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$. Loại đáp án C.

Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại điểm $(1;0) \rightarrow$ D sai.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận xiên?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2+3x+1}{x+4}$.

C. $y = \frac{x^2+1}{x+2}$.

D. $y = \frac{x^2+1}{x}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ chỉ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	
y			$+\infty$	1
		$-\infty$		0

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 10. Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	2		2

A. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

B. $y = \frac{x+4}{x-2}$.

C. $y = \frac{2x+3}{x-2}$.

D. $y = \frac{2x-7}{x-2}$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên, suy ra tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 2$ nên loại A, B.

Từ bảng biến thiên, suy ra $y' < 0, \forall x \neq 2$. Xét $y = \frac{2x-7}{x-2}$ có $y' = \frac{3}{(x-2)^2} > 0$ (loại).

Câu 11. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x}{|x|-1}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Khi $x \geq 0, x \neq 1 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{x-1}$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = 1$ và 1 tiệm cận đứng $x = 1$.

Khi $x < 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x}{-x-1}$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = -1$ và 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 4 đường tiệm cận.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-5}{x+b}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	1		1

Biểu thức $a^2 + b^2$ có giá trị bằng

A. 8.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên, suy ra đường tiệm cận đứng là: $x = 2$ và đường tiệm cận ngang là: $y = 1$.

Từ hàm số $f(x) = \frac{ax-5}{x+b}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là: $x = -b$

và đường tiệm cận ngang là: $y = a$.

Do đó, ta có: $\begin{cases} -b = 2 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 5.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có 1 tiệm cận.		
b)	Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có 2 tiệm cận.		
c)	Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ có 2 tiệm cận.		
d)	Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x}$ có 2 tiệm cận.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ có 2 tiệm cận là $x=1; y=0$.

b) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có 2 tiệm cận là $x=1; y=1$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}, \forall x \neq -1$, có 2 tiệm cận là $x=-1; y=0$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x}$ có 2 tiệm cận là $x=0; y=x$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+b}$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1		$+\infty$		-1

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.		
b)	$\max_{x \in [4; 10]} y = f(10)$		
c)	Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.		
d)	$a + b = -3$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

b) Do hàm số nghịch biến trên $[4; 10]$ nên $\max_{x \in [4; 10]} y = f(4)$.

c) Dựa vào BBT, đồ thị hàm số đã cho có:

+) Tiệm cận đứng $x = -b = 2 \Rightarrow b = -2$.

+) Tiệm cận ngang $y = a = -1$

Suy ra $a + b = -3$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-m}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Với mọi m , đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang,		
b)	$m = 1$ thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.		
c)	$m \neq 1$ thì đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.		
d)	Để khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 4 thì $m = 4$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Với $m = 1: y = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}, \forall x \neq -1$.

$\rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

c) Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận $\Leftrightarrow x^2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

d) Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Lúc đó, 2 tiệm cận đứng là: $x = \sqrt{m}$ và $x = -\sqrt{m}$.

Khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng bằng: $2\sqrt{m}$.

Theo giả thiết: $2\sqrt{m} = 4 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x+m}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$.		
b)	Khi $m = 0$ thì đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.		
c)	Khi $m = -3$ thì đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.		
d)	Có 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận đứng.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

b) Với $m = 0: y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x} \rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x = 0; x = 2$.

Do $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$.

c) Với $m = -3: y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3} \rightarrow$ Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x = -1$.

Do $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$.

d) Hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt $x \in [-2; 2]$.

Ta có: $x^2 - 2x + m = 0 \Leftrightarrow m = -x^2 + 2x = u(x), x \in [-2; 2]$.

BBT:

x	-2	1	2
u'	+	0	-
u	-8	1	0

Dựa vào BBT, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \in [0;1) \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(1;-1)$ cắt đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (C) lần lượt tại M và N . Tính độ dài đoạn MN .

Kết quả:

$4\sqrt{2}$

Lời giải:

Phương trình tiếp tuyến là: $y = x - 2$

$\Rightarrow M(-1;-3), N(3;1) \Rightarrow MN = 4\sqrt{2}$.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - x - 2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

Kết quả:

3

Trình bày:

Lời giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -3^-} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCD $x = -3$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCN $y = \pm 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{2x-3}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận ngang bằng 10 lần khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng của (C) ?

Kết quả:

2

Trình bày:

.....
.....
.....
Lời giải:

Ta có các đường thẳng $x = \frac{3}{2}$ và $y = 1$ lần lượt là đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Gọi $M \in (C) \Rightarrow M\left(x; \frac{2x+2}{2x-3}\right)$ với $x \neq \frac{3}{2}$.

+) Khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng bằng $\left|x - \frac{3}{2}\right| = \frac{|2x-3|}{2}$.

+) Khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận ngang bằng $\left|\frac{2x+2}{2x-3} - 1\right| = \frac{5}{|2x-3|}$.

Theo giả thiết:

$$\frac{5}{|2x-3|} = 10 \cdot \frac{|2x-3|}{2} \Leftrightarrow (2x-3)^2 = 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(2; 6) \\ M(1; -4) \end{cases}.$$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{6x-4}{3x+1}$ có đồ thị (C) và I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C) . Gọi M là giao điểm của (C) và trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A và B . Tính diện tích tam giác IAB .

Kết quả:

4

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Đồ thị (C) có hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang có phương trình lần lượt là

$$x = -\frac{1}{3}, y = 2 \Rightarrow \text{giao điểm 2 đường tiệm cận là } I\left(-\frac{1}{3}; 2\right).$$

Giao điểm của (C) với trục tung là $M(0; -4)$.

$$\text{Ta có: } y'(0) = \frac{18}{(3 \cdot 0 + 1)^2} = 18$$

Suy ra phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có phương trình là: $y = 18x - 4$.

Khi đó, giao điểm của tiếp tuyến của (C) và tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của (C) lần lượt

$$\text{là: } A\left(\frac{1}{3}; 2\right); B\left(-\frac{1}{3}; -10\right).$$

$$\text{Khi đó tam giác } IAB \text{ vuông tại } I \text{ nên } S_{IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 = 4.$$

Câu 5: Một bể chứa 5 000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Gọi $f(t)$ là hàm số biểu diễn nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít). Biết tiệm cận ngang của hàm số $f(t)$ là đường thẳng $y = m$. Tìm m .

Kết quả:

30

Trình bày:

.....

Lời giải:

Sau t phút, ta có:

Khối lượng muối trong bể là $25 \cdot 30 \cdot t = 750t$ (gam);

Thể tích của lượng nước trong bể là $5\,000 + 25t$ (lít).

Vậy nồng độ muối sau t phút là $f(t) = \frac{750t}{5000 + 25t} = \frac{30t}{200 + t}$ (gam/lít).

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{200 + t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(30 - \frac{6000}{200 + t} \right) = 30$

Vậy đường thẳng $y = 30$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Có bao nhiêu giá trị

nguyên của tham số m thuộc $[-2020; 2020]$ để đồ thị hàm số $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1000x} + x}{\sqrt{2f(x) - f^2(x)} + m}$ có

tiệm cận ngang nằm dưới đường thẳng $y = -1$.

Kết quả:

499

Trình bày:

.....

Lời giải:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [2f(x) - f^2(x)] = -\infty$ nên không tồn tại

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \cdot \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} [\sqrt{2f(x) - f^2(x)} + m] = 1 + m$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [\sqrt{x^2 + 1000x} + x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1000x}{\sqrt{x^2 + 1000x} - x} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1000}{-\sqrt{1 + 1000/x} - 1} \right] = -500$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{-500}{1 + m} (m \neq -1)$ suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$ là đường thẳng

$y = \frac{-500}{1 + m}$

Để đồ thị hàm số $g(x)$ có tiệm cận ngang nằm dưới đường thẳng $y = -1$ khi và chỉ khi

$$\frac{-500}{1+m} < -1 \Leftrightarrow \frac{m-499}{m+1} < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 499 \text{ mà } m \text{ nguyên thuộc } [-2020; 2020] \text{ nên}$$

$$m \in \{0; 1; 2; \dots; 498\}.$$

Vậy có $498 - 0 + 1 = 499$ giá trị nguyên của m .

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

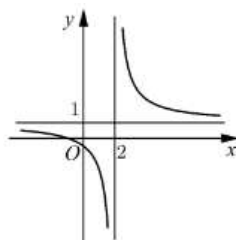
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.

Câu 2: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{5x-16}$?

- A. $y = \frac{1}{5}$.
- B. $x = \frac{1}{5}$.
- C. $y = \frac{16}{5}$.
- D. $x = \frac{16}{5}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây :



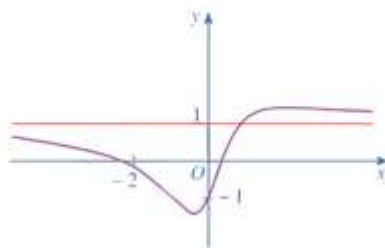
Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là

- A. $y = 2$.
- B. $x = 2$.
- C. $y = 1$.
- D. $x = 1$.

Câu 4: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a^2 + 2b$.

- A. 4.
- B. 2.
- C. 5.
- D. 3.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khi đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{x^2 - x + 7}{x^2 - 4}$. B. $y = \frac{2x^2 - x + 3}{x + 5}$. C. $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1}$. D. $y = \frac{x + 4}{x - 3}$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ là

A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $\forall m \neq 4$. B. $\forall m \neq -4$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

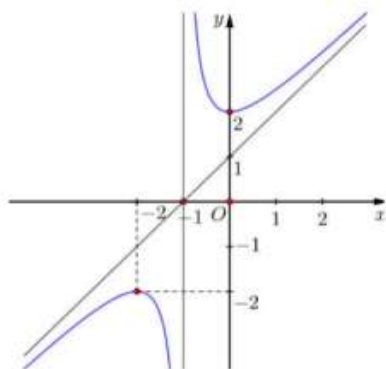
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-		-		-
y	$-2 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -1 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 2$	

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

Câu 10: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$. B. $y = \frac{x}{x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$. D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	-		-
y	$2 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 2$	

Hãy cho biết bảng biến thiên đó là của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$. B. $y = \frac{-2x+1}{x+3}$. C. $y = \frac{2x-1}{x-3}$. D. $y = \frac{-2x+1}{x-3}$.

Câu 12: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x-2}{x^2-4}$ là

A. 0. B. 2. C. 1. D. 0.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$	10

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = 10$.		
b)	Một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $x = -3$.		
c)	Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là 3.		
d)	Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+6}$ là 4.		

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$, m là tham số.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Khi $m = 0$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.		
b)	Khi $m = 0$, đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.		
c)	Có hai giá trị của m để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.		
d)	Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của $m \in [-8; 8]$ để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận. Số phần tử của S là 7.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Số lượng sản phẩm bán được của một cửa hàng quần áo trong t (tháng) được cho bởi công thức: $S(t) = 200 \left(\frac{2}{3} - \frac{8}{2+t} \right)$ với $t \geq 1$. Xem $y = S(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng

$[1; +\infty)$, biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có dạng $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Tính $P = a - 2b$.

Kết quả:

Trình bày:

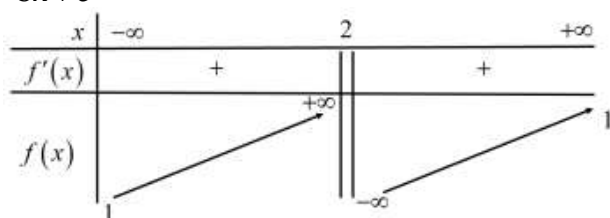
.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:



Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho đồ thị hàm số $f(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x-2}$ có tâm đối xứng là $I(a; b)$. Giá trị của biểu thức

$P = 2a + 3b$ là bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

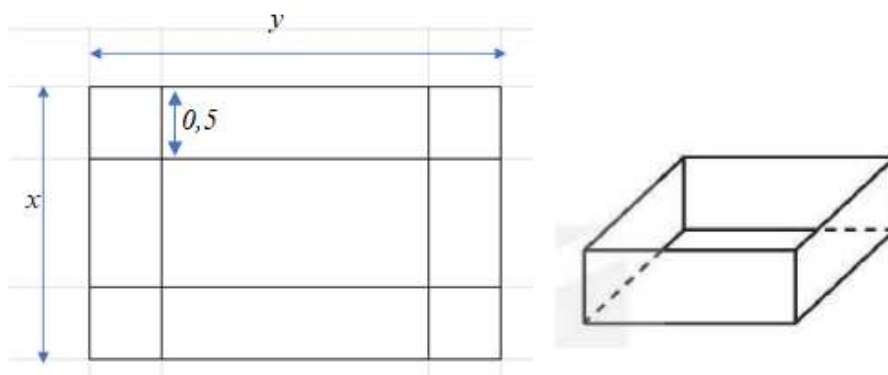
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có các kích thước là $x(m)$, $y(m)$ với $x > 1$ và $y > 1$ và diện tích bằng $4m^2$, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một cái thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp (như hình vẽ) có chiều cao bằng $0,5m$.



Thể tích của thùng là hàm số $V(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tính góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

Trình bày:

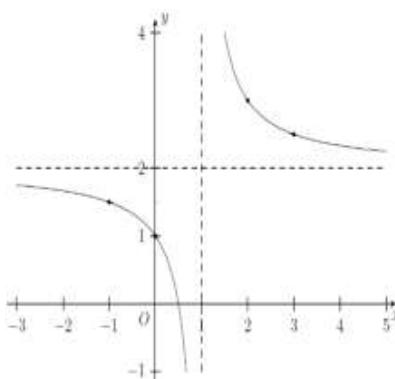
.....

.....

.....

.....

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như dưới đây:



Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b + 3c$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.**

Câu 2: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{5x-16}$?

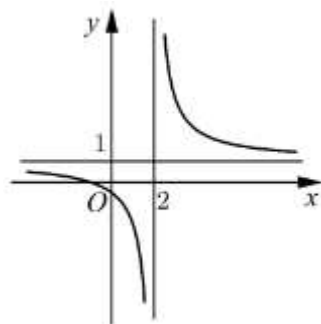
- A. $y = \frac{1}{5}$.**
- B. $x = \frac{1}{5}$.
- C. $y = \frac{16}{5}$.
- D. $x = \frac{16}{5}$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{16}{5} \right\}$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{5x-16} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-\frac{3}{x}}{5-\frac{16}{x}} = \frac{1}{5}$.

Vậy đường thẳng $y = \frac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây :



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là

- A. $y = 2$.
- B. $x = 2$.
- C. $y = 1$.**
- D. $x = 1$.

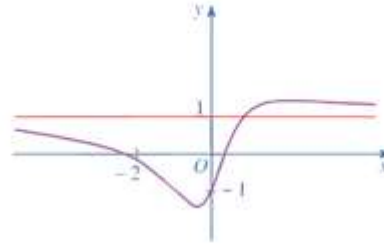
Câu 4: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a^2 + 2b$.

- A. 4.
- B. 2.
- C. 5.
- D. 3.**

Lời giải:

Chia tử thức cho mẫu thức ta được $y = x + 1 + \frac{5}{x-3}$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{x-3} = 0$, suy ra tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = x + 1 \Rightarrow a = 1$ và $b = 1$.
 Vậy $a^2 + 2b = 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khi đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{x^2 - x + 7}{x^2 - 4}$.

B. $y = \frac{2x^2 - x + 3}{x + 5}$.

C. $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1}$.

D. $y = \frac{x + 4}{x - 3}$.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số ta có:

+) Tập xác định $D = \mathbb{R}$ nên đáp án A, B, D bị loại.

+) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1}$ có đường tiệm cận ngang $y = 1$ vì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2x - 2}{x^2 + 1} \right) = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{2x - 2}{x^2 + 1} \right) = 1.$$

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ là

A. $y = -\frac{1}{2}$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $y = \frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} y = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x+1}{2x-1} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} y = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{x+1}{2x-1} = -\infty.$$

Vậy đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $\forall m \neq 4$.

B. $\forall m \neq -4$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2.$$

$$\text{Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận} \Leftrightarrow m(-2) - 8 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4.$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$-$	$-$
y	-2 $\nearrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ -1 $\searrow$ $-\infty$		$+\infty$ $\searrow$ 2	

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 0.

B. 1.

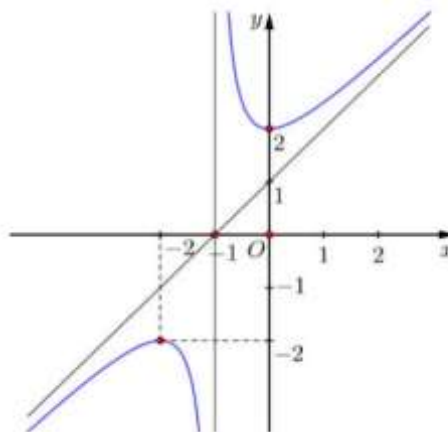
C. 2.

D. 4.

Lời giải:

Chọn C vì nhìn bảng biến thiên thấy ngay đồ thị có tiệm cận ngang $y = -2$ và $y = 2$.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta có:

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$ nên loại đáp án C.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$ nên loại đáp án B.

Đồ thị đi qua điểm $(-2; -2)$ nên loại đáp án D.

Vậy đường cong là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

Câu 10: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

B. $y = \frac{x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Lời giải:

+) Xét phương án A: Hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ không có tiệm cận đứng.

+) Xét phương án B: Hàm số $y = \frac{x}{x + 1}$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Và $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x}{x + 1} = -\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

+) Xét phương án C: Hàm số $y = \frac{x^2-1}{x+1}$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

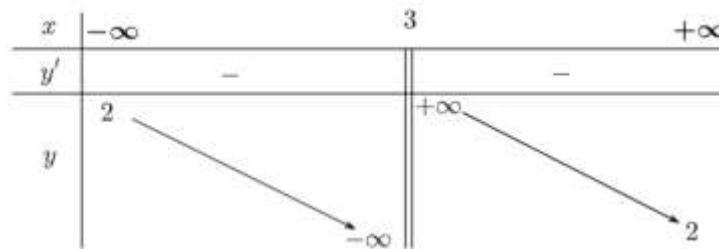
$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x-1) = -2; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x-1) = -2.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x+1}$ không có tiệm cận đứng.

+) Xét phương án D: Hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ không có tiệm cận đứng.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:



Hãy cho biết bảng biến thiên đó là của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{x+3}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-3}$.

D. $y = \frac{-2x+1}{x-3}$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên, ta suy ra hàm số đã cho không xác định tại $x = 3$ và đồ thị có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Do đó, đây là bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$.

Câu 12: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2-3x-2}{x^2-4}$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x^2-3x-2}{x^2-4} = \frac{(x-2) \cdot (2x+1)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{2x+1}{x+2}$$

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2-3x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-2) \cdot (2x+1)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x+2} = 2$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 2$.

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x^2-3x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x-2) \cdot (2x+1)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x+1}{x+2} = -\infty \text{ và}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2-3x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x-2) \cdot (2x+1)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x+1}{x+2} = -\infty \text{ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm}$$

số là đường thẳng $x = -2$. Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$	10

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = 10$.		
b)	Một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $x = -3$.		
c)	Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là 3.		
d)	Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+6}$ là 4.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Xét hàm số $y = f(x)$. Từ bảng biến thiên ta có:

+) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 10$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 10$.

+) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

+) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Từ đó: **a) Đúng; b) Sai; c) Đúng.**

Xét hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+6}$. Đặt $g(x) = \frac{1}{2f(x)+6}$, ta có hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2; a\}$, trong đó $f(a) = -3$ và $a \in (2; +\infty)$. Khi đó ta có

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 6} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + 6} = \frac{1}{26}$ nên $y = 0$ và $y = \frac{1}{26}$ là hai

đường tiệm cận ngang.

Mặt khác ta có

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) + 6} = +\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng;

$$\lim_{x \rightarrow 2^{\pm}} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow 2^{\pm}} f(x) + 6} = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ không là tiệm cận đứng};$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + 6} = +\infty \Rightarrow x = a \text{ là tiệm cận đứng};$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+6}$ có 4 đường tiệm cận.

Từ đó: **d) Đúng.**

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$, m là tham số.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Khi $m = 0$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.		
b)	Khi $m = 0$, đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.		
c)	Có hai giá trị của m để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.		
d)	Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của $m \in [-8; 8]$ để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận. Số phần tử của S là 7.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

Khi $m = 0$ hàm số trở thành $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x}$

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{2}{x}} = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

b) Đúng.

Khi $m = 0$ hàm số trở thành $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x}$

Hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = 0$; $x = 2$ và 1 tiệm cận ngang là $y = 1$, nên đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

c) Đúng.

Đồ thị hàm số có 1 TCD khi $x = 1$ hoặc $x = -2$ là nghiệm của phương trình $x^2 - 2x + m = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 2 + m = 0 \\ 4 + 4 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -8 \end{cases}$$

d) Sai.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình

$f(x) = x^2 - 2x + m$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(1) \neq 0 \\ f(-2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m > 0 \\ m \neq 1 \\ m \neq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -8 \end{cases}$$

Vì $m \in [-8; 8]$ nên $S = \{-7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Số lượng sản phẩm bán được của một cửa hàng quần áo trong t (tháng) được cho bởi công thức: $S(t) = 200\left(\frac{2}{3} - \frac{8}{2+t}\right)$ với $t \geq 1$. Xem $y = S(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[1; +\infty)$, biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có dạng $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Tính $P = a - 2b$.

Kết quả:

394

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

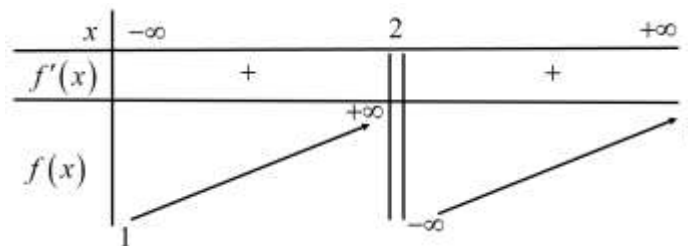
.....

Lời giải:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} S(t) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 200\left(\frac{2}{3} - \frac{8}{2+t}\right) = 200 \cdot \frac{2}{3} = \frac{400}{3} \Rightarrow a = 400; b = 3$

Vậy $P = a - 2b = 400 - 6 = 394$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:



Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) nên ta có:

Phương trình đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{b}$

Phương trình đường tiệm cận đứng là $x = -\frac{c}{b}$

Mặt khác, dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Do đó, $\frac{a}{b} = 1 > 0$ nên a, b cùng dấu.

$-\frac{c}{b} = 2 \Leftrightarrow \frac{c}{b} = -2 < 0$ nên b, c trái dấu.

$f(0) > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{c} > 1$ nên $c > 0$.

Vậy trong các số a, b, c có một số dương.

Câu 17: Cho đồ thị hàm số $f(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x-2}$ có tâm đối xứng là $I(a; b)$. Giá trị của biểu thức

$P = 2a + 3b$ là bao nhiêu?

Kết quả:

13

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

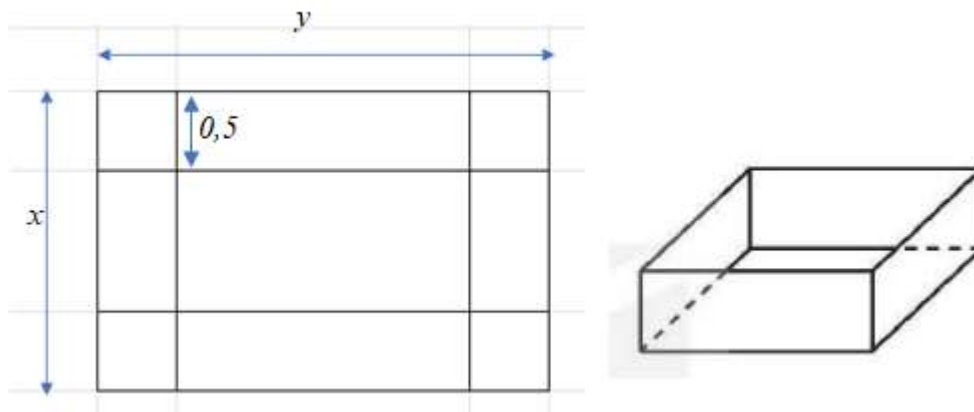
Lời giải:

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$ và đường tiệm cận xiên $y = 2x - 1$.

Tâm đối xứng I của đồ thị hàm số là giao điểm của đường tiệm cận đứng $x = 2$ và đường tiệm cận xiên $y = 2x - 1$, nên ta có $I(2; 3)$.

Suy ra $a = 2, b = 3$. Vậy $P = 2a + 3b = 2.2 + 3.3 = 13$.

Câu 18: Từ một tấm tôn hình chữ nhật có các kích thước là $x(m)$, $y(m)$ với $x > 1$ và $y > 1$ và diện tích bằng $4m^2$, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gấp thành một cái thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp (như hình vẽ) có chiều cao bằng $0,5m$.



Thể tích của thùng là hàm số $V(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

.....

.....
.....
.....
Lời giải:

Do tấm tôn có diện tích bằng $4m^2$ nên $xy = 4 \Leftrightarrow y = \frac{4}{x}$

Thùng có chiều cao là 0,5m và các kích thước còn lại của thùng là: $x-1$ và $y-1$

Thể tích của thùng là $V(x) = 0,5 \cdot (x-1)(y-1) = \frac{1}{2}(x-1)\left(\frac{4}{x}-1\right) = \frac{1}{2} \frac{(x-1)(4-x)}{x}$

Suy ra: $y = \frac{1}{V(x)} = \frac{2x}{(x-1)(4-x)}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = -\infty \Rightarrow$ đường

thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$

$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1}{V(x)} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x}{(x-1)(4-x)} = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng

$x=4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{V(x)}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tính góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{x}$.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

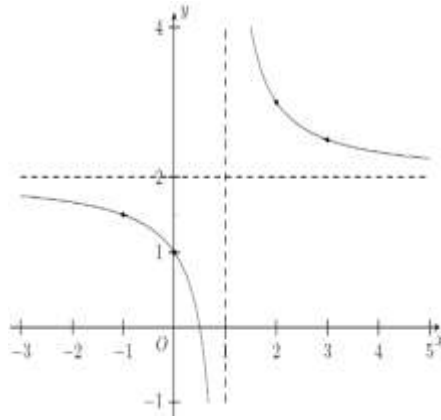
Ta có $y = \frac{x^2+1}{x} = x + \frac{1}{x}$

+ Vì $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x + \frac{1}{x}\right) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.

+ Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y-x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{1}{x} - x\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right) = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.

Do đó góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho bằng 45° .

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như dưới đây:



Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b + 3c$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đồ thị nhận $x = 1$ là tiệm cận đứng $\Rightarrow \frac{-c}{b} = 1 \Rightarrow b = -c$.

Đồ thị nhận $y = 2$ là tiệm cận ngang $\Rightarrow \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$.

Đồ thị đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow \frac{a \cdot 0 - 1}{b \cdot 0 + c} = 1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = 2 + 2(1) + 3(-1) = 1$.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x^2-8x+m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^2-8x+m} = 0$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng

$$\Leftrightarrow \text{phương trình } x^2 - 8x + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác}$$

$$1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16 - m > 0 \\ m - 7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m \neq 7 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta có $m \in \{1; 2; 3; \dots; 6; 8; \dots; 15\}$. Vậy có 14 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025